Logarithmus ohne Qual

Schallleistung – Schalldruck – Schalldruckpegel

Martin Teibinger, Wien

Was ist Schall?
Schall ist definiert als mechanische Schwingungen, die sich in elastischen Medien durch Schwingung der Masseteilchen um ihre Ruhelage ausbreiten, wodurch Verdichtungen und Verdünnungen im Medium entstehen. Während sich Schallwellen in Luft nur als sogenannte Longitudinalwellen ausbreiten (Verdichtungen in Ausbreitungsrichtung), tritt Schall in festen Körpern in den unterschiedlichsten Wellenformen auf. Dabei sind vor allem die Transversal- bzw. Rayleighwellen, bei welchen Schubspannungen durch Schwingung senkrecht zur Ausbreitungsrichtung entstehen, und die Biegewellen zu erwähnen. Diese sind auf Biegebewegungen und die damit verbundene Kompression und Expansion in Ausbreitungsrichtung zurückzuführen. Biegewellen haben bauakustisch die größte Bedeutung, da sie eine hohe Luftschallabstrahlung aufweisen.
Die Moleküle schwingen um ihre ortsfeste Lage und die „Störung“ (Verdichtungen und Verdünnungen) breitet sich aus. Daher ist zwischen der Ausbreitungsgeschwindigkeit (Schallgeschwindigkeit) der Störung und der Schnelle (Schwingung der Teilchen) zu unterscheiden.

- Schallgeschwindigkeit in trockener Luft bei 20° C 343 m/s, bei 0° C 331 m/s
- Schnelle: Geschwindigkeitsamplitude eines Teilchens beträgt in Luft 50 nm/s

Schallleistung P und Schalldruck p
Die Schallleistung P (vom englischen für power) entspricht der Ursache, während der Schalldruck p (vom englischen für pressure) die Wirkung darstellt. In Analogie zum Wärmeschutz kann man die beiden Begriffe auch mit einer Heizung und der sich im Raum einstellenden Temperatur vergleichen, siehe Abb. 1. Die sich einstellende Temperatur (Wirkung) in einem Raum hängt neben der Leistung der Heizung (Ursache) auch von der Raumgröße sowie den Dämm- und Speichereigenschaften der Bauteile ab. Beim Schall ist es ähnlich. Eine Lärmquelle erzeugt eine gewisse Schallleistung. In Abhängigkeit der raumakustischen Eigenschaften, welche vom Volumen und den Schallabsorptionsgraden der Bauteiloberflächen und der Einrichtungen abhängig sind, ergeben sich im Raum Schalldruckänderungen. Diese können wir durch unser Gehör wahrnehmen.

Warum verwendet man den Schalldruckpegel L_p?
Der durch ein Schallereignis entstehende Schalldruck p beeinflusst den vorherrschenden Luftdruck. Im Vergleich zum vorliegenden Luftdruck von ca. 101.000 Pa (abhängig von der Seehöhe und den Wetterbedingungen) sind die Schalldrücke viel geringer. Die Schalldrücke, welche vom menschlichen Gehör wahrgenommen werden können, liegen im Bereich von 0,00002 Pa also $2*10^{-5}$ Pa (Hörschwelle) bis über 100 Pa also 10^2 Pa (Schmerzgrenze). Das menschliche Gehör kann die Schalldruckänderungen nicht linear wahrnehmen. Außerdem handelt es sich um eine Variation des Schalldruckes um 10^7 – also 7 Zehnerpotenzen. Aufgrund dieser großen Schwankungsbreite müsste man die Skala logarithmisch darstellen. Eine logarithmische Darstellung ist aber keinesfalls so praktisch, wie eine lineare Skala, wie vergleichsweise die Celsiusskala. Die Temperaturänderung zwischen Gefrierpunkt und Siedepunkt des Wassers wurde ja bekanntlich in eine lineare Skala von 0 bis 100 eingeteilt. Etwas ähnliches wollte man auch für die Bewertung von Schallereignissen einführen. Mit Hilfe von einigen mathematischen Kniffen werden die vorherrschenden Schalldrücke p in Schalldruckpegel L_p umgerechnet, siehe Infokasten. Hierzu vergleicht man den vorherrschenden Schalldruck aufgrund eines Ereignisses mit dem sogenannten Bezugsschalldruck p_0, welcher vereinfacht auch als Hörschwelle bezeichnet werden kann. Dieser liegt bei den bereits angeführten 0,00002 Pa. Wenn sich nun der Luftdruck von 101.000 Pa – beispielsweise aufgrund einer landenden Feder - um 0,00002 Pa ändert, kann unser Trommelfell diese Änderung wahrnehmen. Der Schalldruck wird in Verhältnis zu der Hörschwelle gesetzt, wobei beide Werte quadriert werden, um das Verhältnis schlussendlich zu verdoppeln. Diese Berechnungen dienen nur als Hilfestellung, um eine entsprechende Skala zu erreichen.
In Abb. 2 werden Beispiele für den Schalldruck und den Schalldruckpegel gegenübergestellt.

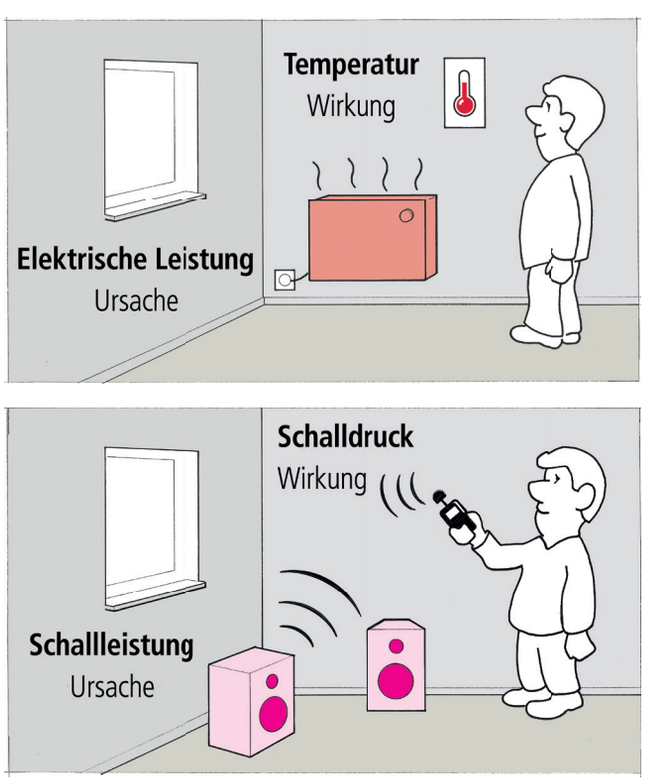

Abb. 1: Vergleich Ursache und Wirkung bei Wärme und Schall

INFOKASTEN

Schalldruckpegel L_p

Der Schalldruckpegel wird nach folgender Formel aus dem vorliegendem Schalldruck p berechnet.

$$L_p = 10 \cdot log \frac{p^2}{p_0^2} = 20 \cdot log \frac{p}{p_0}$$

Dabei bedeuten:
L_p: Schalldruckpegel in dB
p: Schalldruck in Pa
p_0: Bezugsschalldruck 0,00002 Pa
Faktor 10: zur Umrechnung von B in dB

Beispiel für die Berechnung:
Der Schalldruck eines Düsentriebwerkes beträgt 100 Pa. Dies entspricht der Schmerzgrenze. Bringt man nun diesen Schalldruck in das Verhältnis zur Hörschwelle p_0, so ergibt sich folgender Faktor.

$$\frac{p_{Triebwerk}}{p_0} = \frac{100}{0{,}00002} = 5.000.000$$

Dies bedeutet, dass das Triebwerk 5.000.000 mal so laut ist wie eine landende Feder. Diese unvorstellbar große Zahl zwingt uns nun quasi den Logarithmus auf. Für die Mathematiker unter uns ist klar, dass der Logarithmus die Umkehrfunktion der Exponentialfunktion darstellt. Ein Beispiel, was damit gemeint wird.

$$10^3 = 10 \cdot 10 \cdot 10 = 1000$$

Wenn nun die Frage gestellt wird: 10 hoch wieviel ist 1000, werden Sie sofort antworten 3.
Mathematisch kann man diese Frage auch als Logarithmus darstellen:

$$log_{10}(1000) = 3$$

Wenn wir nun den Logarithmus von 5.000.000 berechnen, so ergibt sich, dass das Triebwerk um $10^{6,7}$ mal so laut ist, wie die Feder. Durch das Quadrieren der beiden Schalldrücke wird die Hochzahl verdoppelt, wodurch wir $10^{13,4}$ erhalten. Dies bedeutet das wir einen Schalldruckpegel von 13,4 Bel (B) haben. Bekanntlich liegt der Schalldruck eines Düsentriebwerkes an der Schmerzgrenze. Nun haben wir aber „nur" einen Pegel von 13,4 B. Da eine mit der Celsiusskala vergleichbare Einteilung vorliegen sollte und 13,4 B nicht hoch erscheinen, werden die Schalldruckpegel in Dezibel dB – also Zehntel Bel angegeben. Wir erhalten somit einen Schalldruckpegel des Düsentriebwerkes von 134 dB.

Ein kurzzeitiger Schalldruckpegel von 120 dB kann bekanntlich zu einem Gehörschaden führen.

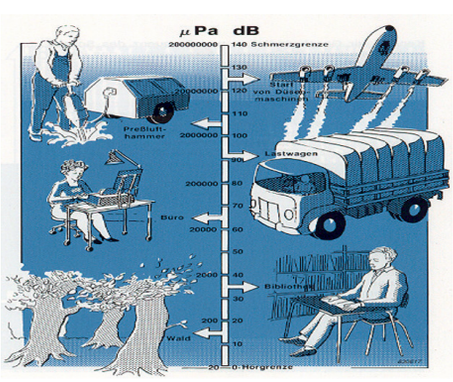

Abb. 2: Gegenüberstellung von Schalldruck und Schalldruckpegel.
Quelle: Bruel & Kjaer

Rechnen mit Schalldruckpegeln

Da wir nun die Herleitung des Schalldruckpegels und den Logarithmus verstanden haben, wagen wir uns weiter vor, in das Addieren von Schalldruckpegeln. Zwei gleich große Schalldruckpegel ergeben eine Erhöhung um 3 dB und 10 gleich große Schallquellen eine Steigerung um 10 dB. Während ein Unterschied um 3 dB gerade wahrgenommen werden kann, werden 10 dB höhere Pegel als doppelt so laut empfunden. Zwei Lautsprecher mit jeweils 40 dB ergeben somit in Summe 43 dB, zehn Lautsprecher mit jeweils 40 dB 50 dB, siehe auch Tabelle 1.
Sofern die beiden Schallereignisse voneinander abweichen, können zu deren Addition nachfolgende Formel bzw. Abb. 3 herangezogen werden.

$$L_{ges} = 10 \cdot log \left(\sum_{i=1}^{n} 10^{\frac{L_i}{10}} \right)$$

Abb. 3 führt als Beispiel die Addition zweier Schallereignisse mit 55 dB und 51 dB an. Diese kann rechnerisch folgendermaßen gelöst werden.

$$L_{ges} = 10 \cdot log \left(10^{\frac{55}{10}} + 10^{\frac{51}{10}} \right) = 56{,}45\ dB$$

In Abb. 3 ist auch ersichtlich, dass sich ein großer Schalldruckpegel durch Addition mit einem wesentlich geringeren Pegel (ΔL > 20 dB) nicht auswirkt. Ähnliches gilt natürlich für Bauteile. Wenn z. B. die Außenwand den Schall sehr gut abdämmt – also ein hohes Schalldämm-Maß aufweist und die Fenster ein geringes, so müssen natürlich diese verbessert werden. Eine bessere Außenwand führt zu keiner Erhöhung des resultierenden Schalldämm-Maßes.

Tabelle 1: Erhöhung des Schalldruckpegels und der empfundenen Lautstärke in Abhängigkeit der Anzahl gleich großer Schallquellen

Schalldruckpegel in dB	Anzahl der Schallquellen (40 dB)	empfundene Lautstärke Lautheit
40	1	1
43	2	
46	4	
49	8	
50	10	2
52	16	
55	32	
58	64	
60	100	4

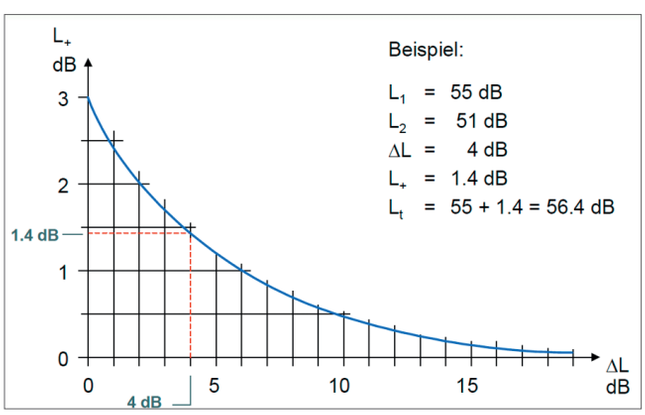

Abb. 3: Addition von 2 Schalldruckpegeln mit Beispiel.
Quelle: Bruel & Kjaer